PENGUJIAN HIPOTESIS

1. PENDAHULUAN

- Hipotesis Statistik : **pernyataan** atau **dugaan** mengenai satu atau lebih populasi.
- Pengujian hipotesis berhubungan dengan penerimaan atau penolakan suatu hipotesis.
- Kebenaran (benar atau salahnya) suatu hipotesis tidak akan pernah diketahui dengan pasti, kecuali kita memeriksa **seluruh populasi**. (Memeriksa seluruh populasi? Apa mungkin?)
- Lalu apa yang kita lakukan, jika kita tidak mungkin memeriksa seluruh populasi untuk memastikan kebenaran suatu hipotesis?
- Kita dapat mengambil sampel acak, dan menggunakan informasi (atau bukti) dari sampel itu untuk menerima atau menolak suatu hipotesis.

Penerimaan suatu hipotesis terjadi karena **TIDAK CUKUP BUKTI** untuk **MENOLAK** hipotesis tersebut dan **BUKAN** karena **HIPOTESIS ITU BENAR**

dan

Penolakan suatu hipotesis terjadi karena **TIDAK CUKUP BUKTI** untuk **MENERIMA** hipotesis tersebut dan **BUKAN** karena **HIPOTESIS ITU SALAH.**

- Landasan penerimaan dan penolakan hipotesis seperti ini, yang menyebabkan para statistikawan atau peneliti mengawali pekerjaan dengan terlebih dahulu membuat ***hipotesis yang diharapkan ditolak, tetapi dapat membuktikan bahwa pendapatnya dapat diterima***.

Perhatikan contoh-contoh berikut :

Contoh 1.
Sebelum tahun 1993, pendaftaran mahasiswa Universtas GD dilakukan dengan pengisian formulir secara manual. Pada tahun 1993, PSA Universitas GD memperkenalkan sistem pendaftaran "ON-LINE".

Seorang Staf PSA ingin membuktikan pendapatnya “bahwa rata-rata waktu pendaftaran dengan sistem ON-LINE akan lebih cepat dibanding dengan sistem yang lama” Untuk membuktikan pendapatnya, ia akan membuat hipotesis awal, sebagai berikut :

Hipotesis Awal : rata-rata waktu pendaftaran SISTEM "ON-LINE" sama saja dengan SISTEM LAMA.

Staf PSA tersebut akan mengambil sampel dan berharap hipotesis awal ini ditolak, sehingga pendapatnya dapat diterima!

<u>Contoh 2</u> :
Manajemen PERUMKA mulai tahun 1992, melakukan pemeriksaan karcis KRL lebih intensif dibanding tahun-tahun sebelumnya, pemeriksaan karcis yang intensif berpengaruh positif terhadap penerimaan PERUMKA. Untuk membuktikan pendapat ini, hipotesis awal yang diajukan adalah :

Hipotesis Awal : TIDAK ADA PERBEDAAN penerimaan SESUDAH maupun SEBELUM dilakukan perubahan sistem pemeriksaan karcis.

Manajemen berharap hipotesis ini ditolak, sehingga membuktikan bahwa pendapat mereka benar!

<u>Contoh 3</u>.
(Kerjakan sebagai latihan!!!)
Eko Nomia S.E., seorang akuntan memperbaiki sistem pembebanan biaya di perusahaan tempatnya bekerja. Ia berpendapat setelah perbaikan sistem pembebanan biaya pada produk maka rata-rata harga produk turun. Bagaimana ia menyusun hipotesis awal penelitiannya?
Hipotesis Awal : ....?

PENJELASAN

- Hipotesis Awal yang diharap akan ditolak disebut : **Hipotesis Nol** (H_0)

Hipotesis Nol juga sering menyatakan kondisi yang menjadi dasar pembandingan.

- Penolakan H_0 membawa kita pada penerimaan **Hipotesis Alternatif** (H_1) (beberapa buku menulisnya sebagai H_A)

- Nilai Hipotesis Nol (H_0) harus menyatakan dengan pasti nilai parameter.
  $H_0 \rightarrow$ ditulis dalam bentuk persamaan

- Sedangkan Nilai Hipotesis Alternatif (H_1) dapat memiliki beberapa kemungkinan.
  $H_1 \rightarrow$ ditulis dalam bentuk pertidaksamaan ($<$; $>$; $\neq$)

<u>Contoh 4.(lihat Contoh 1.)</u>
Pada sistem lama, rata-rata waktu pendaftaran adalah 50 menit
Kita akan menguji pendapat Staf PSA tersebut, maka

Hipotesis awal dan Alternatif yang dapat kita buat :
H_0 : $\mu = 50$ menit (sistem baru dan sistem lama tidak berbeda)
H_1 : $\mu \neq 50$ menit (sistem baru tidak sama dengan sistem lama)
atau
H_0 : $\mu = 50$ menit (sistem baru sama dengan sistem lama)
H_1 : $\mu < 50$ menit (sistem baru lebih cepat)

Contoh 5 (lihat Contoh 2.)
Penerimaan PERUMKA per tahun sebelum intensifikasi pemeriksaan karcis dilakukan = Rp. 3 juta. Maka Hipotesis Awal dan Hipotesis Alternatif dapat disusun sebagai berikut :

H_0 : $\mu = 3$ juta (sistem baru dan sistem lama tidak berbeda)
H_1 : $\mu \neq 3$ juta (sistem baru tidak sama dengan sistem lama)
atau
H_0 : $\mu = 3$ juta (sistem baru dan sistem lama tidak berbeda)
H_1 : $\mu > 3$ juta (sistem baru menyebabkan penerimaan per tahun lebih besar dibanding sistem lama)

PERHATIKAN :

- Penolakan atau Penerimaan Hipotesis dapat membawa kita pada 2 jenis kesalahan (kesalahan= error = galat), yaitu :

    1. ***Galat Jenis 1*** $\rightarrow$ Penolakan Hipotesis Nol (H_0) yang benar
       Galat Jenis 1 dinotasikan sebagai α
       α juga disebut $\rightarrow$ ***taraf nyata*** uji

       Catatan : konsep α dalam Pengujian Hipotesis sama dengan konsep konsep α pada Selang Kepercayaan

    2. ***Galat Jenis 2*** $\rightarrow$ Penerimaan Hipotesis Nol (H_0) yang salah
       Galat Jenis 2 dinotasikan sebagai β

- Prinsip pengujian hipotesis yang baik adalah meminimalkan nilai α dan β

- Dalam perhitungan, ***nilai α dapat dihitung*** sedangkan nilai β hanya bisa dihitung jika nilai hipotesis alternatif sangat spesifik.

- Pada pengujian hipotesis, kita **lebih sering berhubungan dengan nilai α.** Dengan asumsi, nilai α yang kecil juga mencerminkan nilai β yang juga kecil.

  Catt : keterangan terperinci mengenai nilai α dan β, dapat anda temukan dalam bab 10, Pengantar Statistika, R. E. Walpole)

- ***Prinsip pengujian hipotesa*** adalah perbandingan nilai statistik uji (z hitung atau t hitung) dengan nilai titik kritis (Nilai z tabel atau t Tabel)

- ***Titik Kritis*** adalah nilai yang menjadi batas daerah penerimaan dan penolakan hipotesis.

- Nilai α pada **z** atau **t** tergantung dari ***arah pengujian*** yang dilakukan.

2. ARAH PENGUJIAN HIPOTESIS

- Pengujian Hipotesis dapat dilakukan secara :
  1. Uji Satu Arah
  2. Uji Dua Arah

2.1 ⇨ UJI SATU ARAH ⇦

Pengajuan H_0 dan H_1 dalam uji satu arah adalah sebagai berikut:

H_0 : ditulis dalam bentuk persamaan (menggunakan tanda =)
H_1 : ditulis dalam bentuk lebih besar (>) atau lebih kecil (<)

Contoh 6.

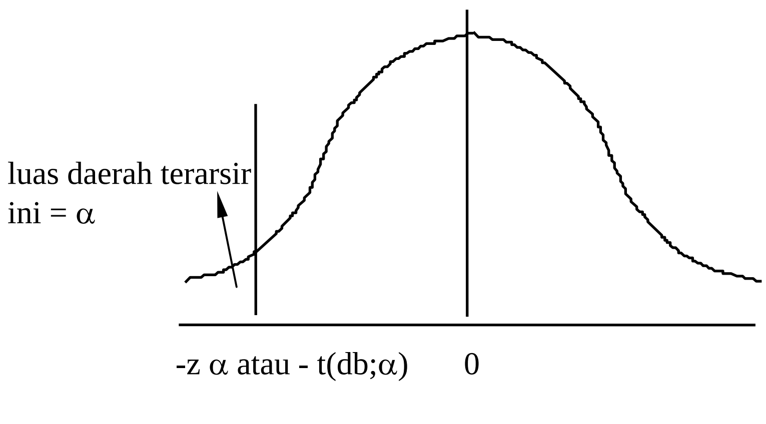
Contoh Uji Satu Arah

a.	H_0 :	μ = 50 menit		b.	H_0 :	μ = 3 juta
	H_1 :	μ < 50 menit			H_1 :	μ < 3 juta

Nilai α **tidak dibagi** dua, karena seluruh α diletakkan hanya di salah satu sisi selang
misalkan :

H_0 : $\mu = \mu_0$ *)
H_1 : $\mu < \mu_0$
Wilayah Kritis**) : $z < -z_\alpha$ atau $t < -t_{(db;\alpha)}$

*) μ_0 adalah suatu rata-rata yang diajukan dalam H_0
**) Penggunaan z atau t tergantung ukuran sampel
sampel besar menggunakan z; sampel kecil menggunakan t.

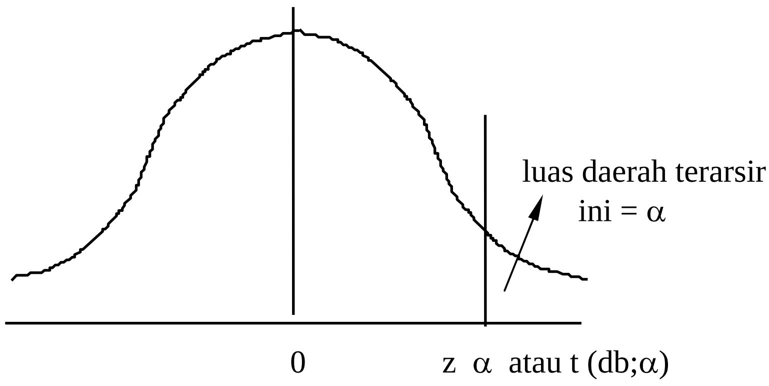


■ daerah yang diarsir → daerah penolakan hipotesis
☐daerah tak diarsir → daerah penerimaan hipotesis

misalkan :
H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

H_1 : $\mu > \mu_0$

Wilayah Kritis**) : $z > z_\alpha$ atau $t > t_{(db,\alpha)}$



■ daerah terarsir → daerah penolakan hipotesis

□ daerah tak terarsir → daerah penerimaan hipotesis

2.2 ⬄ UJI DUA ARAH ⬄

- Pengajuan H_0 dan H_1 dalam uji dua arah adalah sebagai berikut :

H_0 : ditulis dalam bentuk persamaan (menggunakan tanda =)

H_1 : ditulis dengan menggunakan tanda ≠

Contoh 7.

Contoh Uji Dua Arah

a. H_0 : $\mu = 50$ menit
   H_1 : $\mu \neq 50$ menit

a. H_0 : $\mu = 3$ juta
   H_1 : $\mu \neq 3$ juta

- Nilai α **dibagi** dua, karena α diletakkan di kedua sisi selang

misalkan :

H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

H_1 : $\mu \neq \mu_0$

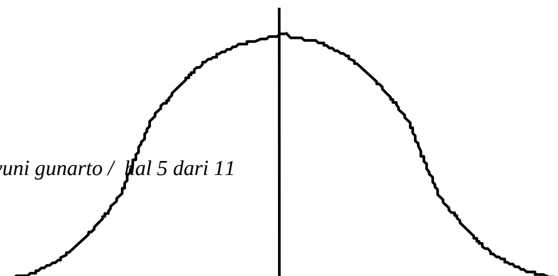
Wilayah Kritis**) : $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$

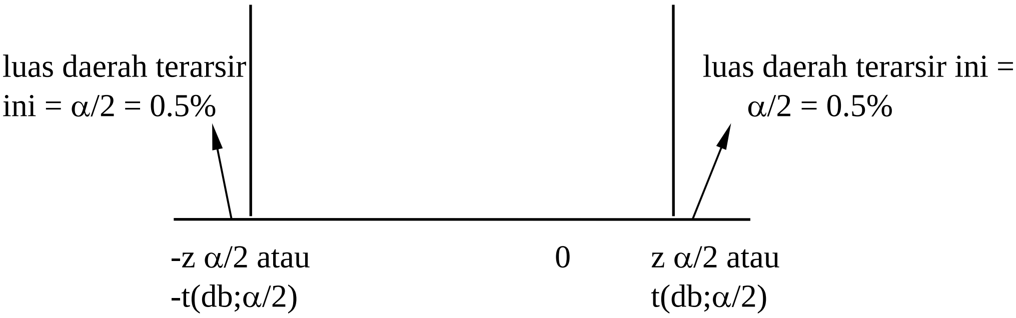
atau

$t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$

*) μ_0 adalah suatu rata-rata yang diajukan dalam H_0

**) Penggunaan z atau t tergantung ukuran sampel
sampel besar menggunakan z; sampel kecil menggunakan t.





■ daerah terarsir → daerah penolakan hipotesis
□ daerah tak terarsir → daerah penerimaan hipotesis

3. PENGERJAAN UJI HIPOTESIS

3.1 Tujuh (7) Langkah Pengerjaan Uji Hipotesis

1.	Tentukan H_0 dan H_1
2*	Tentukan statistik uji [z atau t]
3*	Tentukan arah pengujian [1 atau 2]
4*	Taraf Nyata Pengujian [α atau $\alpha/2$]
5.	Tentukan nilai titik kritis atau daerah penerimaan-penolakan H_0
6.	Cari nilai Statistik Hitung
7.	Tentukan Kesimpulan [terima atau tolak H_0]

*) Urutan pengerjaan langkah ke2, 3 dan 4 dapat saling dipertukarkan!

Beberapa Nilai z yang penting

$z_{5\%} = z_{0.05} = 1.645$ $\qquad$ $z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

$z_{1\%} = z_{0.01} = 2.33$ $\qquad$ $z_{0.5\%} = z_{0.005} = 2.575$

3.2 Rumus-rumus Penghitungan Statistik Uji

1. Rata-rata dari Sampel Besar
2. Rata-rata dari Sampel Kecil
3. Beda 2 Rata-rata dari Sampel Besar
4. Beda 2 Rata-rata dari Sampel Kecil

H_0	Nilai Uji Statistik	H_1	Wilayah Kritis
1. $\mu = \mu_0$ sampel besar n≥30	$z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ σ dapat diganti dengan s	$\mu < \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu > \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu \neq \mu_0 \quad \rightarrow$	$z < -z_{\alpha}$ $z > z_{\alpha}$ $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$
2. $\mu = \mu_0$ sampel kecil n<30	$t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$	$\mu < \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu > \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu \neq \mu_0 \quad \rightarrow$	$t < -t_{(db;\alpha)}$ $t > t_{(db,\alpha)}$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$ db = n-1
3. $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert = d_0$ sampel-sampel besar $n_1 \geq 30$ $n_2 \geq 30$	$z = \dfrac{\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert - d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2 / n_1) + (\sigma_2^2 / n_2)}}$ Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui $\rightarrow$ gunakan s_1^2 dan s_2^2	$\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert > d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert \neq d_0 \rightarrow$	$z < -z_{\alpha}$ $z > z_{\alpha}$ $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$

H_0	Nilai Uji Statistik	H_1	Wilayah Kritis
4. $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert = d_0$ sampel -sampel kecil $n_1 < 30$ $n_2 < 30$	$t = \dfrac{\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}}$	$\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert > d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert \neq d_0 \rightarrow$	$t < -t_{\alpha}$ $t > t_{\alpha}$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$ db = $n_1 + n_2 - 2$

3.2.1 *Uji Hipotesis Rata-rata Sampel Besar*

Contoh 8 :
Dari 100 nasabah bank rata-rata melakukan penarikan \$495 per bulan melalui ATM, dengan simpangan baku = \$45. Dengan taraf nyata 1% , ujilah :

a) apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM kurang dari \$500 per bulan ?

b} apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM tidak sama dengan \$500 per bulan ?
(Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 0.5%, statistik uji=z)

Jawab :

Diketahui: $\bar{x}$ = 495 s = 45 n=100 μ_0=500 α=1%

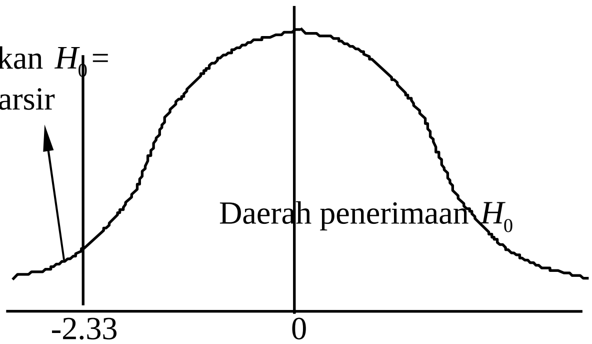
a) 1. H_0 : μ = 500 H_1 : μ < 500
2* statistik uji : z $\rightarrow$ karena sampel besar
3* arah pengujian : 1 arah
4* Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01
5. Titik kritis $\rightarrow$ $z < -z_{0.01}$ $\rightarrow$ $z < -2.33$
6. Statistik Hitung

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{495 - 500}{45 / \sqrt{100}} = \frac{-5}{4.5} = -1.11$$

7. Kesimpulan : z hitung = -1.11 ada di daerah penerimaan H_0

H_0 **diterima,** rata-rata pengambilan uang di ATM masih = \$ 500

Daerah penolakan H_0 =
luas daerah terarsir
ini = α = 1%



b) Coba anda kerjakan sebagai latihan ! (H_1 : $\mu \neq$ 500; Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 0.5%, statistik uji=z)

3.2.2. Uji Hipotesis Rata-rata Sampel Kecil

Contoh 9 :
Seorang *job-specialist* menguji 25 karyawan dan mendapatkan bahwa rata-rata penguasaan pekerjaan kesekretarisan adalah 22 bulan dengan simpangan baku = 4 bulan. Dengan taraf nyata 5% , ujilah :
a) Apakah rata-rata penguasaan kerja kesekretarisan lebih dari 20 bulan?
b) Apakah rata-rata penguasaan kerja kesekretarisan tidak sama dengan 20 bulan?

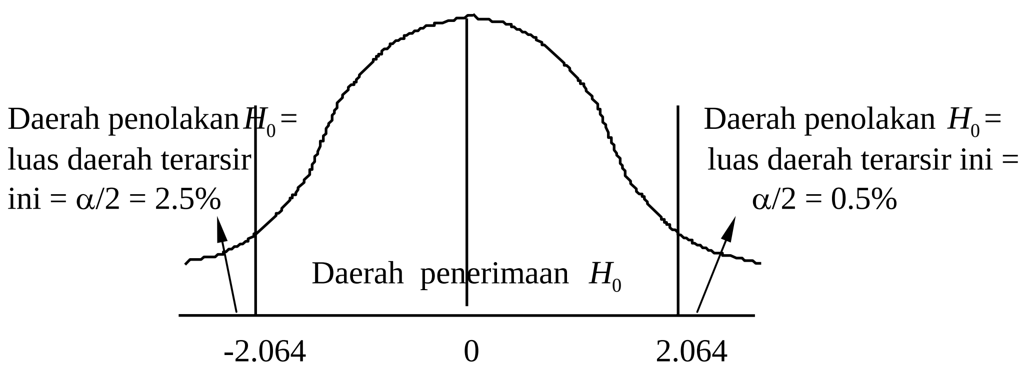
Jawab:
Diketahui : $\bar{x} = 22$ s = 4 n = 25 $\mu_0 = 20$ $\alpha = 5\%$

a) Ditinggalkan sebagai latihan (H_1 : $\mu > 20$; uji 1 arah, α=5%, statistik uji = t, db = 24)
b) 1. H_0 : $\mu = 20$ H_1 : $\mu \neq 20$
2* statistik uji : t $\rightarrow$ karena sampel kecil
3* arah pengujian : 2 arah
4* Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05
$\alpha/2$ = 2.5% = 0.025
5. Titik kritis
db = n-1 = 25-1 = 24
Titik kritis $\rightarrow$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$
t < -t (24; 2.5%) $\rightarrow$ t < -2.064 dan
t > t (24; 2.5%) $\rightarrow$ t > 2.064

6. Statistik Hitung

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{22 - 20}{4 / \sqrt{25}} = \frac{2}{0.8} = 2.5$$

7. Kesimpulan : t hitung = -2.5 ada di daerah penolakan H_0
H_0 ditolak, H_1 diterima ,
rata-rata penguasaan pekerjaan kesekretarisan $\neq$ 20 bulan



3.2.3 Uji Hipotesis Beda 2 Rata-rata Sampel Besar

__Contoh 10__ :

Berikut adalah data nilai prestasi kerja karyawan yang mendapat training dengan yang tidak mendapat training.

	DGN TRAINING	TANPA TRAINING
rata-rata nilai prestasi	$\bar{x}_1 = 300$	$\bar{x}_2 = 302$
ragam	$s_1^2 = 4$	$s_2^2 = 4.5$
ukuran sampel	$n_1 = 40$	$n_2 = 30$

Dengan taraf nyata 5 % ujilah :

a. Apakah perbedaan rata-rata nilai prestasi kerja $|\mu_1 - \mu_2| > 0$?

b. Apakah ada perbedaan rata-rata prestasi kerja $|\mu_1 - \mu_2| \neq 0$?

Jawab : α = 5 % $d_0 = 0$

a) 1. $H_0 : |\mu_1 - \mu_2| = 0$ $H_1 : |\mu_1 - \mu_2| > 0$

2* statistik uji : z $\rightarrow$ karena sampel besar

3* arah pengujian : 1 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 5%

5. Titik kritis $\rightarrow$ z > $z_{5\%}$ $\rightarrow$ z > 1.645

6. Statistik Hitung

$$z = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}} = \frac{|300 - 302| - 0}{\sqrt{(4/40) + (4.5/30)}} = \frac{2}{\sqrt{0.1 + 0.15}} = \frac{2}{\sqrt{0.25}} = \frac{2}{0.5} =$$

4

7. Kesimpulan : z hitung = 4 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_1 diterima $\rightarrow$ beda rata-rata prestasi kerja > 0

b) Coba anda kerjakan sebagai latihan (H_1 : $|\mu_1 - \mu_2| \neq 0$; Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 2.5%, statistik
uji=z)

3.2.4 Uji Hipotesis Beda 2 Rata-rata Sampel Kecil

Contoh 11 :

Berikut adalah data kerusakan produk yang dibuat oleh karyawan shift malam dan siang.

	SHIFT MALAM	SHIFT SIANG
rata-rata kerusakan	$\bar{x}_1 = 20$	$\bar{x}_2 = 12$
ragam	$s_1^2 = 3.9$	$s_2^2 = 0.72$
ukuran sampel	$n_1 = 13$	$n_2 = 12$

Dengan taraf nyata 1 % ujilah :

a) Apakah perbedaan rata-rata kerusakan $|\mu_1 - \mu_2| < 10$?

b) Apakah ada perbedaan rata-rata kerusakan $|\mu_1 - \mu_2| \neq 10$?

Jawab : α = 1 % $\qquad$ $d_0 = 10$

a) Coba kerjakan sendiri !
(H_1 : $|\mu_1 - \mu_2| < 10$; uji 1 arah, α=1%, statistik uji = t, db = 13 + 12 - 2 = 23)

b) 1. $H_0 : |\mu_1 - \mu_2| = 10$ $\qquad$ $H_1 : |\mu_1 - \mu_2| \neq 10$

2* statistik uji : t $\rightarrow$ karena sampel kecil

3* arah pengujian : 2 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01
$\alpha/2$ = 0.5% = 0.005

5. Titik kritis
db = $n_1 + n_2$ - 2 = 13+ 12 - 2 = 23
Titik kritis $\rightarrow$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$
t < -t (23; 0.5%) $\rightarrow$ t < -2.807 dan
t > t (23; 0.5%) $\rightarrow$ t > 2.807

6. Statistik Hitung

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}} = \frac{|20 - 12| - 10}{\sqrt{(3.9/13) + (0.72/12)}} = \frac{8 - 10}{\sqrt{0.30 + 0.06}} = \frac{-2}{\sqrt{0.36}} = \frac{-2}{0.60} = -3.33$$

7. Kesimpulan : t hitung = -3.3 ada di daerah penolakan H_0
H_0 ditolak, H_1 diterima , rata-rata kerusakan $\neq$ 10.